

## **Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas**

---

- Suma-resta en base dos
- Operaciones lógicas: OR, AND, XOR y NOT
- Operaciones de desplazamiento
- Suma-resta en los diferentes sistemas de representación de coma fija
- Extensión y cambio de signo
- Introducción a los circuitos digitales
- Puertas lógicas
- Multiplexores, decodificadores
- Sumadores
- Biestables y Banco de Registros
- Memoria

Estructura de Computadores

*Espacio reservado para notas del alumno*

## Bibliografía básica

---

- Fundamentos de los Computadores. (Capítulo 2)  
Pedro de Miguel Anasagasti  
Ed. Paraninfo
- Arquitectura de Computadores (Anexo A)  
J. Antonio de Frutos, Rafael Rico  
Ed. Universidad de Alcalá
- Arquitectura, programación y diseño de sistemas basados en microprocesadores (8086/80186/80286). (Capítulo 1)  
Yu-Cheng Lu, Glen A. Gibson  
Ed. Anaya Multimedia 86



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores  
Departamento de Automática  
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas  
Estructura de Computadores

*Espacio reservado para notas del alumno*

## Operaciones lógicas

▪ OR

a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

▪ NOT

a	NOT a
0	1
1	0

▪ AND

a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

▪ XOR

a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores  
Departamento de Automática  
Universidad de Alcalá



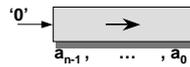
Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas  
Estructura de Computadores

Espacio de notas reservado al alumno

## Operaciones de desplazamiento (I)

### Desplazamientos lógicos:

- a la izquierda
- a la derecha



### Desplazamientos circulares:

- a la izquierda
- a la derecha



### Desplazamientos concatenados:

- registro-registro
- registro-biestado de acarreo
- registro-biestado de signo



Espacio de notas reservado al alumno

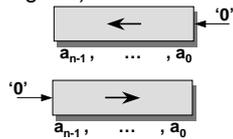
# Operaciones de desplazamiento (II)

## Desplazamientos aritméticos

### Aritmética sin signo

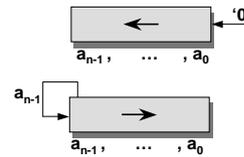
(Idem a desplazamientos lógicos)

- a la izquierda
- a la derecha



### Aritmética en C2

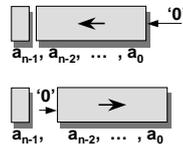
- a la izquierda
- a la derecha



### Aritmética en s-m

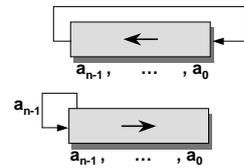
(Idem a desplazamientos lógicos, pero sin considerar el bit de signo)

- a la izquierda
- a la derecha



### Aritmética en C1

- a la izquierda
- a la derecha



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores  
Departamento de Automática  
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas  
Estructura de Computadores

Espacio de notas reservado al alumno

## Suma-resta en base dos

Suma				Resta			
A	B	Resultado A+B	Acarreo	A	B	Resultado A-B	Acarreo
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	0

```

  1 1 1 1   1 1
    1 0 1 1 0 1 1 0
    0 1 1 1 0 0 1 1 +
  -----
  1 0 0 1 0 1 0 0 1
  
```

```

    1 0 1 1 0 1 1 0
    0 1 1 1 0 0 1 1 -
    1           1 1
  -----
    0 1 0 0 0 0 1 1
  
```

- El computador debe detectar cuándo ocurre desbordamiento (*overflow*):
  - En suma
  - En la resta si el resultado es negativo

$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus S/\overline{R}$$



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores  
Departamento de Automática  
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas  
Estructura de Computadores

*Espacio reservado para notas del alumno*

## Suma-resta en binario puro (base dos)

---

- Se realiza tomando un sumador-restador en binario puro, y se le añade el circuito para tratar los signos de los operandos. Dificultades en suma y resta, pero simple en multiplicación y división
- El computador debe detectar cuándo ocurre desbordamiento (*overflow*):
  - En suma
  - En la resta si el resultado es negativo

$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus S/\overline{R}$$



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Suma-resta en Complemento a 2 (I)

- Se simplifican las operaciones de suma y resta, se hacen sin tener en cuenta los signos de los operandos y el acarreo final se ignora
- La resta se reduce a sumar el número complementado  $A - B = A + Ca_2(B)$

$$\begin{array}{r} 115 = 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ -115 = 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \qquad \qquad 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ \qquad 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \qquad 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ + \\ \hline \oplus \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Suma-resta en Complemento a 2 (II)

---

- En la suma, el desbordamiento (overflow) se produce si:
  - $A \geq 0$  y  $B \geq 0 \Leftrightarrow A + B < 0$
  - $A < 0$  y  $B < 0 \Leftrightarrow A + B \geq 0$

$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus c_{n-2}$
- **Ejemplo:  $A= 0111$  y  $B=0101 \Leftrightarrow -A= 1001$  y  $-B= 1011$** 
  - $A + B = 0111 + 0101 = 1100$  y  $C_f = 0 \Leftrightarrow$  Desbordamiento
  - $A - B = A + (-B) = 0111 + 1011 = 0010$  y  $C_f = 1$
  - $-A + B = 1001 + 0101 = 1110$  y  $C_f = 0$
  - $-A - B = (-A) + (-B) = 1001 + 1011 = 0100$  y  $C_f = 1 \Leftrightarrow$  Desbordamiento



*Espacio reservado para notas del alumno*



## Suma-resta en Complemento a 1 (II)

- En la suma, el desbordamiento (overflow) se produce si:
  - $A \geq 0$  y  $B \geq 0 \Rightarrow A + B < 0$
  - $A < 0$  y  $B < 0 \Rightarrow A + B \geq 0$
$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus c_{n-2}$$
- **Ejemplo:  $A=0111$  y  $B=0101 \Rightarrow -A=1000$  y  $-B=1010$** 
  - $A + B = 0111 + 0101 = 1100 + C_i; 0 = 1100 \Rightarrow$  Desbordamiento
  - $A - B = A + (-B) = 0111 + 1010 = 0001 + C_i; 1 = 0010$
  - $-A + B = 1000 + 0101 = 1101 + C_i; 0 = 1101$
  - $-A - B = (-A) + (-B) = 1000 + 1010 = 0010 + C_i; 1 = 0011 \Rightarrow$  Desbordamiento



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Suma-resta en exceso a M

$$\begin{aligned} \text{Exceso}_M(A) &= A + M \\ \text{Exceso}_M(B) &= B + M \\ \text{Exceso}_M(A + B) &= (A + B) + M \\ \text{Exceso}_M(A - B) &= (A - B) + M \end{aligned}$$

### Suma

$$\begin{array}{r} \text{Exceso}_M(A) = A + M \\ \text{Exceso}_M(B) = B + M \quad + \\ \hline \text{Exceso}_M(A + B) = (A+B+M)+M \\ \text{Corrección} \qquad \qquad \qquad M \quad - \\ \hline \text{Exceso}_M(A + B) = A + B + M \end{array}$$

### Resta

$$\begin{array}{r} \text{Exceso}_M(A) = A + M \\ \text{Exceso}_M(B) = B + M \quad + \\ \hline \text{Exceso}_M(A - B) = (A-B) \\ \text{Corrección} \qquad \qquad \qquad M \quad + \\ \hline \text{Exceso}_M(A - B) = A - B + M \end{array}$$



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Suma-resta en BCD (I)

Valores válidos BCD		Valores NO válidos BCD	
0	0000	10	1010
1	0001	11	1011
2	0010	12	1100
3	0011	13	1101
4	0100	14	1110
5	0101	15	1111
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		

**Suma**

$$\begin{array}{r}
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{6} \phantom{+} \\
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{5} \phantom{+} \\
 \hline
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{3} \phantom{1}
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{+} \\
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{+} \\
 \hline
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{1}
 \end{array}$$

2      B

$$\begin{array}{r}
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{+} \\
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{+} \\
 \hline
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{1} \\
 \phantom{1} \phantom{1} \phantom{3} \phantom{1}
 \end{array}$$

Carácter no válido BCD  
Corrección sumar 6



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Suma-resta en BCD (II)

Valores válidos BCD		Valores NO válidos BCD	
0	0000	10	1010
1	0001	11	1011
2	0010	12	1100
3	0011	13	1101
4	0100	14	1110
5	0101	15	1111
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		

**Resta**

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 16 - \\
 \hline
 09
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 00100101 \\
 00010110 - \\
 \hline
 1111 \\
 00001111 \\
 \hline
 00001111 \\
 00001111 \\
 \hline
 00001001 \\
 0 \qquad 9
 \end{array}$$

Carácter no válido BCD →

Corrección restar 6 →



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores  
Departamento de Automática  
Universidad de Alcalá



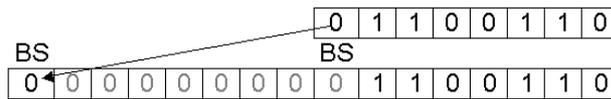
Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas  
Estructura de Computadores

*Espacio reservado para notas del alumno*

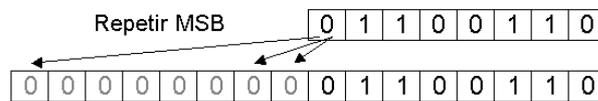


## Operaciones con el signo (I) Extensión de signo (I)

- Signo-magnitud:



- Complemento a 1 y Complemento a 2:



Espacio de notas reservado al alumno

## Operaciones con el signo (II)

### Extensión de signo (II)

---

Extensión de signo:

- Exceso  $2^{n-1}$ :

Quitar exceso  $2^7$  y sumar el  $2^{15}$ 

1	1	1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Espacio de notas reservado al alumno

## Operaciones con el signo (III) Cambio de signo

- Signo-magnitud

- Invertir el bit de signo

+27 0 0 0 1 1 0 1 1  
          ↓  
-27 1 0 0 1 1 0 1 1

- Complemento a 1

- Invertir todos los bits

+27 0 0 0 1 1 0 1 1  
          ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
-27 1 1 1 0 0 1 0 0

- Complemento a 2

- Recorrer el número de derecha izquierda hasta encontrar un 1 y a partir de él invertir todos los bits

+27 0 0 0 1 1 0 1 | 1  
          ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ |  
-27 1 1 1 0 0 1 0 | 1



Espacio de notas reservado al alumno

## Introducción a los circuitos digitales (I)

---

- La electrónica interna de un computador actual es digital
- La electrónica digital trabaja con dos niveles de voltajes de interés: un voltaje alto y un voltaje bajo. El resto de los valores de los voltajes son temporales y ocurren durante la transición entre los valores alto y bajo
- El motivo de que se trabaje en binario es precisamente que se puede abstraer a la electrónica del computador
- Una señal a 1 cierta y una señal a 0 falsa



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Introducción a los circuitos digitales (II)

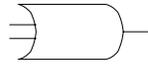
---

- Existen básicamente dos tipos de bloques lógicos
  - Bloques sin memoria, llamados combinatorios. En ellos las salidas dependen únicamente de las entradas actuales
  - Bloques con memoria, llamados secuenciales. En ellos las salidas dependen de las entradas actuales y del estado actual



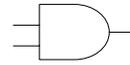
*Espacio reservado para notas del alumno*

## Puertas lógicas (I)



a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

▪ Se representa como:  $a + b$



a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

▪ Se representa como:  $a \cdot b$



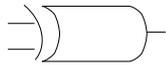
Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores  
Departamento de Automática  
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas  
Estructura de Computadores

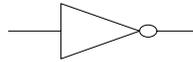
*Espacio reservado para notas del alumno*

## Puertas lógicas (II)



a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

▪ Se representa como:  $a \oplus b$



a	NOT a
0	1
1	0

▪ Se representa como:  $\overline{a}$



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Funciones lógicas

---

- Las funciones lógicas se pueden expresar mediante ecuaciones lógicas
- Cualquier conjunto de ecuaciones lógicas puede escribirse como una serie de ecuaciones con una salida en la parte izquierda de cada ecuación y una fórmula en la parte derecha

$$Y = a \cdot b + a \cdot c$$
$$\text{Suma} = \bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b}$$
$$F = a + \bar{a} = 1$$
$$F = a \cdot \bar{a} = 0$$

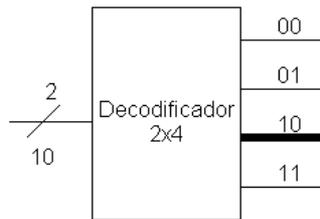
- Pueden simplificarse mediante el empleo de los mapas de Karnaugh



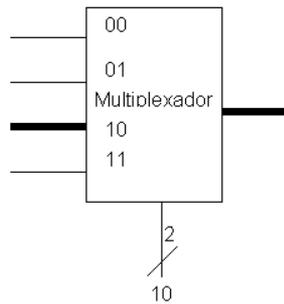
*Espacio reservado para notas del alumno*

## Multiplexores y decodificadores

- **Decodificador**
- Consta de una entrada de  $n$  bits y  $2^n$  salidas y solamente una estará activa (la que se corresponda con la entrada)



- **Multiplexor**
- Es un circuito selector. Tiene  $2^n$  entradas, una salida y  $n$  señales de control para decidir cuál de las entradas va a la salida



*Espacio reservado para notas del alumno*

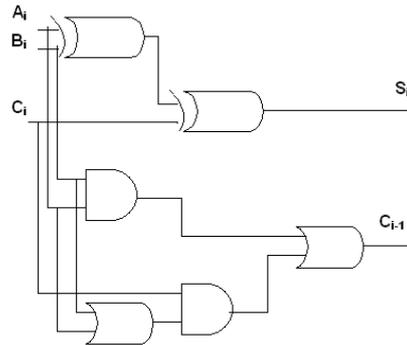
## Sumadores

- Sumador elemental de dos bits y acarreo de entrada

$A_i$	$B_i$	$C_{i-1}$	$S_i$	$C_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = A_i B_i + B_i C_{i-1} + A_i C_{i-1}$$



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Biestables y Banco de registros

---

- Los biestables son los elementos de memoria más sencillos. La salida es el valor del estado almacenado en el interior del elemento
- Son circuitos secuenciales y dependen de un reloj
  
- El Banco de Registros es una estructura fundamental en el camino de datos
- Un banco de registros es un conjunto de registros que pueden leerse o escribirse indicando el número de registro al que se desea acceder.
- Cada registro puede estar formado por varios biestables
- **Operación de lectura:** indicar el número de registro y obtenemos el valor almacenado
- **Operación de escritura:** indicar el número de registro, el dato a escribir y el reloj para controlar cuando se escribe



*Espacio reservado para notas del alumno*

## Memoria

---

- Los registros y bancos de registros son bloques pequeños de almacenamiento
- Memoria RAM gran cantidad de memoria
- Tipos
  - SRAM: RAM estática (las más sencillas)
  - DRAM: RAM dinámica
- Características
  - Número de posiciones
  - Capacidad de cada posición
  - Ejemplo: 256K x 8



*Espacio reservado para notas del alumno*