

Tema 2: Sistemas de numeración

- Definiciones
- Bases de numeración
- Modos de representación
 - Representaciones numéricas
 - Coma fija (números enteros)
 - Suma-resta en base dos
 - Representaciones alfanuméricas



Bibliografía básica

- Fundamentos de los Computadores. (Capítulo 2)
Pedro de Miguel Anasagasti
Ed. Paraninfo
- Arquitectura de Computadores (Anexo A)
J. Antonio de Frutos, Rafael Rico
Ed. Universidad de Alcalá
- Arquitectura, programación y diseño de sistemas basados en microprocesadores (8086/80186/80286). (Capítulo 1)
Yu-Cheng Lu, Glen A. Gibson
Ed. Anaya Multimedia 86



Definiciones

- **Espacio material:** número de bits que se tienen para almacenar el dato (número o carácter)
 - **Byte** (8 bits)
 - **Palabra** (n bits)
- **Rango de representación:** valores máximo y mínimo que se pueden representar en un determinado sistema
- **Resolución de la representación:** diferencia entre un número y el siguiente inmediato
- **Longitud del código:** cuántos elementos diferentes se pueden obtener para una representación con n bits de espacio material. La longitud del código para n bits es 2^n



Bases de numeración (I)

- Bases 2, 8, 10 y 16

Binario (base 2)	Octal (base 8)	Decimal (base 10)	Hexadecimal (base 16)
0	0 (000)	0 (0000)	0 (0000) A (1010)
1	1 (001)	1 (0001)	1 (0001) B (1011)
	2 (010)	2 (0010)	2 (0010) C (1100)
	3 (011)	3 (0011)	3 (0011) D (1101)
	4 (100)	4 (0100)	4 (0100) E (1110)
	5 (101)	5 (0101)	5 (0101) F (1111)
	6 (110)	6 (0110)	6 (0110)
	7 (111)	7 (0111)	7 (0111)
		8 (1000)	8 (1000)
		9 (1001)	9 (1001)

- Cambio entre bases. Regla de *Horner*



Bases de numeración (II)

P ₇	P ₆	P ₅	P ₄	P ₃	P ₂	P ₁	P ₀
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

A cada posición le corresponde un peso



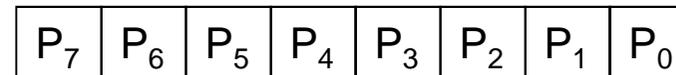
Unidades
 Decenas
 Centenas
 Unidades de millar
 Decenas de millar

$$Valor = \sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot base^i$$

- Ejemplos:
- Consideremos el número binario 10101. Este representa el valor decimal:
 $1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 21$
- El número 78A en base hexadecimal pasado a decimal:
 $7 \cdot 16^2 + 8 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 = 1930$

Representaciones numéricas en coma fija

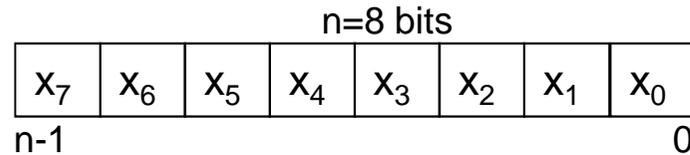
- Coma fija:
 - Sin signo :
 - binario puro
 - Con signo:
 - Signo-magnitud
 - Complemento a la base, C2
 - C1
 - Exceso a M
 - BCD



A cada posición le corresponde un peso

Representaciones numéricas en coma fija

Binario Puro



- Sistema posicional de base 2 para números enteros
- Donde los pesos son: $P_i = 2^i$
- Con palabra de longitud n:
 - Valor = $\sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i$
 - Rango: $[0, 2^n - 1]$
- Resolución = 1
- Extensión de signo, añadiendo 0s por la izquierda del MSB (bit más significativo)
- El computador debe detectar cuándo ocurre desbordamiento (*overflow*):
 - En suma y multiplicación
 - En la resta si el resultado es negativo

Representaciones numéricas en coma fija

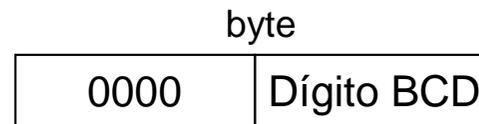
Complemento a la base, Complemento a 2

- Números positivos : comienzan por 0, representados en binario puro
- Números negativos : comienzan por 1, representados en C2
- El MSB indica el signo, pero se opera con los n bits como un conjunto indivisible
- $-A = \text{Complemento a dos de } A$, $n = \text{número de bits de la representación}$
 - $2^n - A$
 - $\bar{A} + 1$
- Con palabra de longitud n:
 - $$\text{Valor} = \begin{cases} + \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i & \text{si } x_{n-1} = 0 \\ - \text{Valor}(\text{C2}(\text{número})) & \text{si } x_{n-1} = 1 \end{cases}$$
 - Rango: $[-2^{n-1}, -1, 0, (2^{n-1} - 1)]$
- Resolución = 1
- Extensión de signo, se realiza copiando el MSB en los bits de la izquierda



Representaciones numéricas en coma fija BCD

- Se convierten, uno a uno, los dígitos decimales a binario
- Dos clases:
 - BCD empaquetado
 - BCD desempaquetado
- Representación de BCD desempaquetado (alfanumérico)
- Representación de BCD empaquetado



Valor	BCD	Valor	BCD
0	0000	5	0101
1	0001	6	0110
2	0010	7	0111
3	0011	8	1000
4	0100	9	1001

Suma-resta en Complemento a 2

- Se simplifican las operaciones de suma y resta, se hacen sin tener en cuenta los signos de los operandos y el acarreo final se ignora
- La resta se reduce a sumar el número complementado $A - B = A + Ca_2(B)$
- En la suma, el desbordamiento (overflow) se produce si:
 - $A \geq 0$ y $B \geq 0$ y $A + B < 0$
 - $A < 0$ y $B < 0$ y $A + B \geq 0$
- **Ejemplo: $A = 0111$ y $B = 0101$: $-A = 1001$ y $-B = 1011$**
 - $A + B = 0111 + 0101 = 1100$ y $C_f = 0$: Desbordamiento
 - $A - B = A + (-B) = 0111 + 1011 = 0010$ y $C_f = 1$
 - $-A + B = 1001 + 0101 = 1110$ y $C_f = 0$
 - $-A - B = (-A) + (-B) = 1001 + 1011 = 0100$ y $C_f = 1$: Desbordamiento

Suma en hexadecimal

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8
A	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A
C	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B
D	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C
E	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D
F	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E

Los valores implican que me llevo 1 de acarreo

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 \quad F \quad A \quad B \quad E \\
 \quad C \quad A \quad F \quad E \quad + \\
 \hline
 1 \quad C \quad 5 \quad B \quad C
 \end{array}$$



Modos de representación alfanumérica (I)

- Representaciones alfanuméricas:
 - Codifican mediante un grupo de bits (6, 7, 8, 16) cada uno de los caracteres a representar.
- Ejemplos de códigos alfanuméricos:
 - 6 bits (64 caracteres posibles) Fieldata y BCDIC
 - 7 bits (128 caracteres posibles) ASCII
 - 8 bits (256 caracteres posibles) ASCII extendido y EBCDIC
 - 16 bits (65536 caracteres posibles) UNICODE



Modos de representación alfanumérica (II)

- Las frases se forman agrupando caracteres. Existen varias alternativas:
 - Cadenas de longitud fija:
Se define una longitud máxima para todas las cadenas.

P	E	P	E					A	N	T	O	N	I	O		R	O	S	A				
---	---	---	---	--	--	--	--	---	---	---	---	---	---	---	--	---	---	---	---	--	--	--	--

- Cadenas de longitud variable:
 - Con carácter separador

*	P	E	P	E	*	A	N	T	O	N	I	O	*	R	O	S	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Con longitud explícita

4	P	E	P	E	7	A	N	T	O	N	I	O	4	R	O	S	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Modos de representación alfanumérica (III)

Código ASCII

850 Multilingüe (Latin 1)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127
	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191
	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223
	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255
	ó	ß	ô	ò	õ	ö	µ	þ	ð	ú	û	ü	ý	.	/	-	±	=	¼	½	¾	§	¶	·	•	..	'	¡	³	²	■	
	Ł	ł	Ŧ	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	ł	
	á	í	ó	ú	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	ñ	
	Ģ	ū	é	ā	ā	à	ā	š	é	š	è	ī	ī	ī	ā	ā	é	š	š	š	š	š	š	š	š	š	š	š	š	š	š	

