Tema 3.1

Introducción a los circuitos combinacionales. Algebra de Boole

Índice

- Algebra de Boole. Definición.
- Operaciones lógicas: OR, AND, XOR y NOT
- Puertas lógicas
- Algebra de Boole
  - Postulados
  - Teoremas
  - Funciones lógicas: formas canónicas.
- Tablas de verdad
- Realización de funciones en puertas NAND y NOR

Bibliografía

- Fundamentos de sistemas digitales.
  Thomas Floyd.
  Prentice-Hall.
- Fundamentos de diseño lógico y computadoras.
  M. Morris Mano.
  Prentice-Hall

Algebra de Boole. Definición

- Algebra de Boole es todo conjunto de elementos capaz de adoptar dos valores (**0** y **1**).
- Cada uno de dichos elementos recibe el nombre de **Variable lógica**
- Están definidas dos operaciones: suma lógica y producto lógico (**+** y ***).

Operaciones lógicas

- **OR**

a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- **NOT**

a	NOT a
0	1
1	0

- **AND**

a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

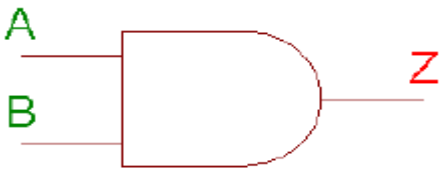
- **XOR**

a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Puertas lógicas (I)

a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Se representa como: **a + b**



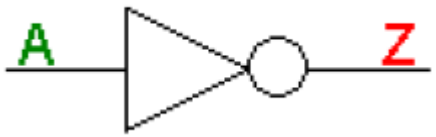
a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Se representa como: **a · b**

Puertas lógicas (II)

a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Se representa como: $a \oplus b$



a	NOT a
0	1
1	0

Se representa como: $\overline{a}$

Algebra de Boole. Postulados

- El Algebra de Boole cumple los siguientes postulados:
- 1. Propiedad conmutativa.
  - **$a + b = b + a$** **$a * b = b * a$**
- 2. Propiedad distributiva
  - **$a*(b+c) = a*b + a*c$**
  - **$a+(b*c) = (a+b) * (a+c)$**
- 3. Elemento neutro
  - **$a + 0 = a$** **$a * 1 = a$**
- 4. Elemento Simétrico (complementario):
  - **$a + \bar{a} = 1$** **$a * \bar{a} = 0$**

Algebra de Boole. Teoremas

- Se demuestran a partir de los 4 postulados anteriores.
- 1. Ley de idempotencia:
  - **$a+a = a$** **$a*a = a$**
- 2. Ley de complemento:
  - **$a + \bar{a} = 1$** **$a * \bar{a} = 0$**
- 3. Ley conmutativa:
  - **$a + b = b + a$** **$a * b = b * a$**
- 4. Ley asociativa:
  - **$a+(b+c) = (a+)b+c$** **$a*(b*c) = (a*b)*c$**
- 5. Ley distributiva:
  - **$a*(b+c) = a*b + a*c$** **$a+(b*c) = (a+b) * (a+c)$**

Algebra de Boole. Teoremas

- 6. Ley de cancelación:
  - **$(a*b)+a = a$** **$(a+b)*a = a$**
- 7. Ley de identidad:
  - **$a+0 = a$** **$a*1 = a$**
- 8. Ley de dominación:
  - **$a+1 = 1$** **$a*0 = 0$**
- 9. Ley de doble complemento
  - **$\overline{\overline{a}} = a$**
- 10. Leyes de Morgan:
  - **$\overline{a+b} = \overline{a} * \overline{b}$** **$\overline{a*b} = \overline{a} + \overline{b}$**
  - Las leyes de Morgan junto con la doble negación nos permiten pasar de expresiones en sumas lógicas a expresiones equivalentes en productos lógicos y viceversa

Algebra de Boole.
Funciones Lógicas. Formas Canónicas

- **Función lógica:** Expresión de variables booleanas o binarias unidas por las operaciones lógicas suma, producto y complementación. Ejemplo:

$$f_1(c,b,a) = a + c \cdot b + c \cdot b \cdot a$$

- **Término canónico:** Producto o suma en el que aparecen todas las variables (o sus complementos) de que depende una función.
- **Función canónica:** formada exclusivamente por términos canónicos
- **Minterm:** término canónico en forma de producto de variables (ej.: $c \cdot b \cdot a$).
  - **Conversión:** Multiplicar cada término no canónico por la suma de las variables que le falten, en su forma normal y complementada.
- **Maxterm:** término canónico en forma de suma de variables (ej.: $c+b+a$).
  - **Conversión:** Sumar a cada término no canónico productos formados por cada variable que falte y su complementada.

Tablas de verdad

- Es otra forma de representar un función lógica y sirve para obtener el desarrollo en forma canónica de la misma.
- Ejemplo:

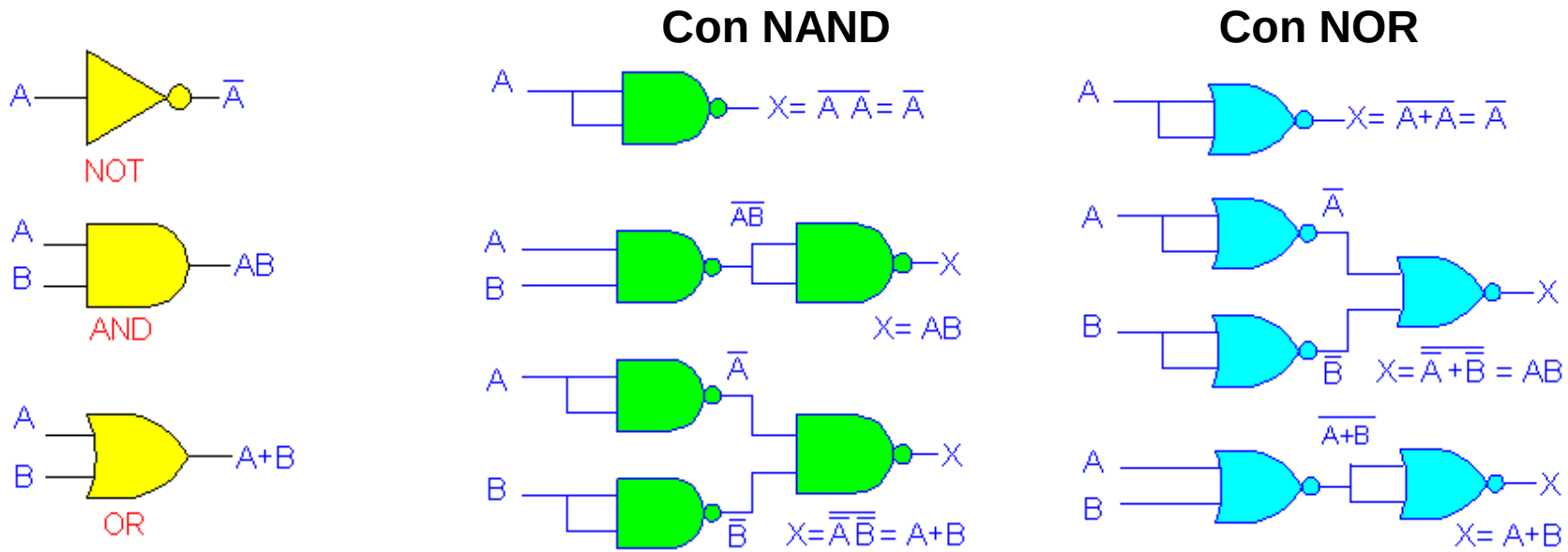
$$f(c,b,a) = c \cdot b + \overline{c} \cdot a$$

Tabla de verdad:

	c	b	a	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Realización de funciones en puertas NAND y NOR (I)

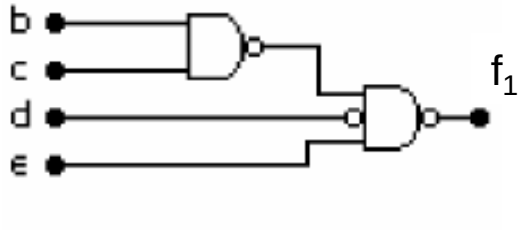
- Las puertas NAND y NOR son puertas Universales, es decir, cualquier función lógica se puede expresar utilizando solo puertas NAND o solo puertas NOR.
- Además son las mas fáciles de construir.

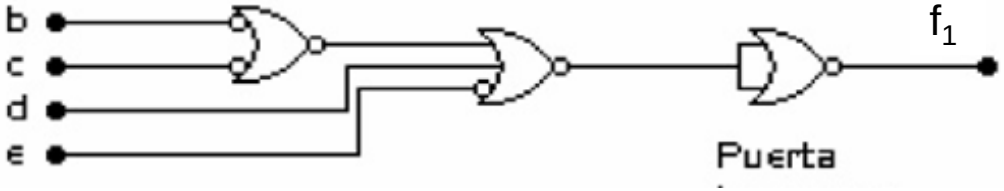


Realización de funciones en puertas NAND y NOR (II)

- Para pasar cualquier circuito a puertas NAND o NOR se emplean la ley de la doble negación y las leyes de Morgan.
- Ejemplo: Sea la función $f_1 = bc + d + \overline{e}$
- <u>A NAND</u>
- Pasamos sumas a productos

$$f_1 = \overline{\overline{\overline{bc + d + \overline{e}}}} = \overline{\overline{bc} \cdot \overline{d} \cdot \overline{\overline{e}}} = \overline{\overline{bc} \cdot \overline{d} \cdot e}$$



- <u>A NOR</u>
- Pasamos productos a sumas

$$f_1 = \overline{\overline{bc} + d - \overline{e}} = \overline{\overline{b} + \overline{c} + d + \overline{e}} = \overline{\overline{\overline{b} + \overline{c} + d + \overline{e}}}$$