

Tema 3:

Operaciones aritméticas y lógicas

- Suma-resta en base dos
- Operaciones lógicas: OR, AND, XOR y NOT
- Operaciones de desplazamiento
- Suma-resta en los diferentes sistemas de representación de coma fija
- Extensión y cambio de signo
- Introducción a los circuitos digitales
- Puertas lógicas
- Multiplexores, decodificadores
- Sumadores
- Biestables y Banco de Registros
- Memoria

Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Bibliografía básica

- Fundamentos de los Computadores. (Capítulo 2)
Pedro de Miguel Anasagasti
Ed. Paraninfo
- Arquitectura de Computadores (Anexo A)
J. Antonio de Frutos, Rafael Rico
Ed. Universidad de Alcalá
- Arquitectura, programación y diseño de sistemas basados en microprocesadores (8086/80186/80286). (Capítulo 1)
Yu-Cheng Lu, Glen A. Gibson
Ed. Anaya Multimedia 86



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Operaciones lógicas

▪ OR

a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

▪ NOT

a	NOT a
0	1
1	0

▪ AND

a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

▪ XOR

a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



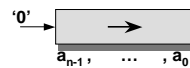
Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio de notas reservado al alumno

Operaciones de desplazamiento (I)

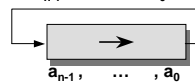
Desplazamientos lógicos:

- a la izquierda
- a la derecha



Desplazamientos circulares:

- a la izquierda
- a la derecha



Desplazamientos concatenados:

- registro-registro
- registro-biestado de acarreo
- registro-biestado de signo



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio de notas reservado al alumno

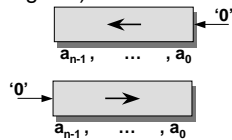
Operaciones de desplazamiento (II)

Desplazamientos aritméticos

Aritmética sin signo

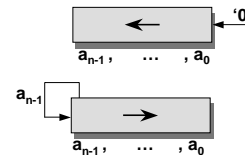
(Idem a desplazamientos lógicos)

- a la izquierda
- a la derecha



Aritmética en C2

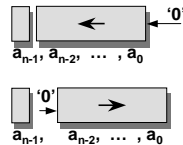
- a la izquierda
- a la derecha



Aritmética en s-m

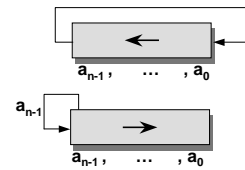
(Idem a desplazamientos lógicos, pero sin considerar el bit de signo)

- a la izquierda
- a la derecha



Aritmética en C1

- a la izquierda
- a la derecha



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio de notas reservado al alumno

Suma-resta en binario puro (base dos)

- Se realiza tomando un sumador-restador en binario puro, y se le añade el circuito para tratar los signos de los operandos. Dificultades en suma y resta, pero simple en multiplicación y división
- El computador debe detectar cuándo ocurre desbordamiento (*overflow*):
 - En suma
 - En la resta si el resultado es negativo

$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus S/\overline{R}$$



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Suma-resta en Complemento a 2 (II)

- En la suma, el desbordamiento (overflow) se produce si:
 - $A \geq 0$ y $B \geq 0 \Rightarrow A + B < 0$
 - $A < 0$ y $B < 0 \Rightarrow A + B \geq 0$
$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus c_{n-2}$$
- **Ejemplo: $A = 0111$ y $B = 0101 \Rightarrow -A = 1001$ y $-B = 1011$**
 - $A + B = 0111 + 0101 = 1100$ y $C_f = 0 \Rightarrow$ Desbordamiento
 - $A - B = A + (-B) = 0111 + 1011 = 0010$ y $C_f = 1$
 - $-A + B = 1001 + 0101 = 1110$ y $C_f = 0$
 - $-A - B = (-A) + (-B) = 1001 + 1011 = 0100$ y $C_f = 1 \Rightarrow$ Desbordamiento



Espacio reservado para notas del alumno


 Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
 Departamento de Automática
 Universidad de Alcalá
 
 Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
 Estructura de Computadores

Suma-resta en Complemento a 1 (II)

- En la suma, el desbordamiento (overflow) se produce si:
 - $A \geq 0$ y $B \geq 0 \Rightarrow A + B < 0$
 - $A < 0$ y $B < 0 \Rightarrow A + B \geq 0$
$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus c_{n-2}$$
- **Ejemplo: $A = 0111$ y $B = 0101 \Rightarrow -A = 1000$ y $-B = 1010$**
 - $A + B = 0111 + 0101 = 1100 + C_i$; $0 = 1100 \Rightarrow$ Desbordamiento
 - $A - B = A + (-B) = 0111 + 1010 = 0001 + C_i$; $1 = 0010$
 - $-A + B = 1000 + 0101 = 1101 + C_i$; $0 = 1101$
 - $-A - B = (-A) + (-B) = 1000 + 1010 = 0010 + C_i$; $1 = 0011 \Rightarrow$ Desbordamiento



Espacio reservado para notas del alumno

Suma-resta en exceso a M

$$\begin{aligned}\text{Exceso}_M(A) &= A + M \\ \text{Exceso}_M(B) &= B + M \\ \text{Exceso}_M(A + B) &= (A + B) + M \\ \text{Exceso}_M(A - B) &= (A - B) + M\end{aligned}$$

Suma

$$\begin{array}{rcll}\text{Exceso}_M(A) & = & A + M & \\ \text{Exceso}_M(B) & = & B + M & + \\ \hline \text{Exceso}_M(A + B) & = & (A+B+M)+M & \\ \text{Corrección} & & M & - \\ \hline \text{Exceso}_M(A + B) & = & A + B + M & \end{array}$$

Resta

$$\begin{array}{rcll}\text{Exceso}_M(A) & = & A + M & \\ \text{Exceso}_M(B) & = & B + M & + \\ \hline \text{Exceso}_M(A - B) & = & (A-B & \\ \text{Corrección} & & M & + \\ \hline \text{Exceso}_M(A - B) & = & A - B + M & \end{array}$$



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Suma-resta en BCD (I)

Valores válidos BCD		Valores NO válidos BCD	
0	0000	10	1010
1	0001	11	1011
2	0010	12	1100
3	0011	13	1101
4	0100	14	1110
5	0101	15	1111
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		

Suma

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \ 6 \\ 1 \ 5 \ + \\ \hline 3 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ + \\ \hline 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \hline 2 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \hline 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ + \\ \hline 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \\ \hline 3 \ 1 \end{array}$$

Carácter no válido BCD

Corrección sumar 6



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Suma-resta en BCD (II)

Valores válidos BCD	Valores NO válidos BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Resta

$$\begin{array}{r} 25 \\ 16 - \\ \hline 09 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00100101 \\ 00010110 - \\ \hline 1111 \\ 00001111 \\ \hline 00001111 \\ 00001111 \\ \hline 00001111 \\ 0110 - \\ \hline 00001001 \\ 0 \quad 9 \end{array}$$

Carácter no válido BCD →

Corrección restar 6 →



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Suma en hexadecimal

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8
A	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A
C	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B
D	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C
E	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D
F	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E

Los valores implican que me llevo 1 de acarreo

$$\begin{array}{r}
 \text{C} \quad \text{A} \quad \overset{1}{\text{F}} \quad \text{E} \\
 \text{1} \quad \text{2} \quad \text{F} \quad \text{4} \quad + \\
 \hline
 \text{D} \quad \text{C} \quad \text{F} \quad \text{2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{\text{F}} \quad \overset{1}{\text{A}} \quad \overset{1}{\text{B}} \quad \overset{1}{\text{E}} \quad \text{E} \\
 \text{C} \quad \text{A} \quad \text{F} \quad \text{E} \quad + \\
 \hline
 \text{1} \quad \text{C} \quad \text{5} \quad \text{B} \quad \text{C}
 \end{array}$$



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



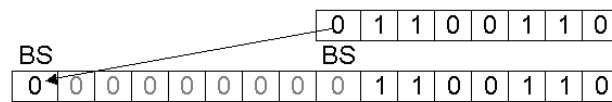
Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

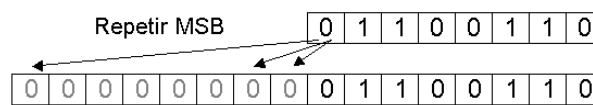
Operaciones con el signo (I)

Extensión de signo (I)

- Signo-magnitud:



- Complemento a 1 y Complemento a 2:



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio de notas reservado al alumno

Operaciones con el signo (II)

Extensión de signo (II)

Extensión de signo:

- Exceso 2^{n-1} :

Quitar exceso 2^7 y sumar el 2^{15}

1	1	1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio de notas reservado al alumno

Operaciones con el signo (III)

Cambio de signo

- Signo-magnitud

- Invertir el bit de signo

+27	0	0	0	1	1	0	1	1
	↓							
-27	1	0	0	1	1	0	1	1

- Complemento a 1

- Invertir todos los bits

+27	0	0	0	1	1	0	1	1
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
-27	1	1	1	0	0	1	0	0

- Complemento a 2

- Recorrer el número de derecha izquierda hasta encontrar un 1 y a partir de él invertir todos los bits

+27	0	0	0	1	1	0	1	1
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
-27	1	1	1	0	0	1	0	1



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio de notas reservado al alumno

Introducción a los circuitos digitales (I)

- La electrónica interna de un computador actual es digital
- La electrónica digital trabaja con dos niveles de voltajes de interés: un voltaje alto y un voltaje bajo. El resto de los valores de los voltajes son temporales y ocurren durante la transición entre los valores alto y bajo
- El motivo de que se trabaje en binario es precisamente que se puede abstraer a la electrónica del computador
- Una señal a 1 cierta y una señal a 0 falsa



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Introducción a los circuitos digitales (II)

- Existen básicamente dos tipos de bloques lógicos
 - Bloques sin memoria, llamados combinatorios. En ellos las salidas dependen únicamente de las entradas actuales
 - Bloques con memoria, llamados secuenciales. En ellos las salidas dependen de las entradas actuales y del estado actual



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

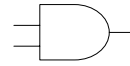
Espacio reservado para notas del alumno

Puertas lógicas (I)



a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Se representa como: $a + b$



a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Se representa como: $a \cdot b$



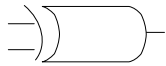
Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

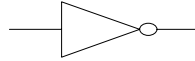
Espacio reservado para notas del alumno

Puertas lógicas (II)



a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

▪ Se representa como: $a \oplus b$



a	NOT a
0	1
1	0

▪ Se representa como: \overline{a}



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Funciones lógicas

- Las funciones lógicas se pueden expresar mediante ecuaciones lógicas
- Cualquier conjunto de ecuaciones lógicas puede escribirse como una serie de ecuaciones con una salida en la parte izquierda de cada ecuación y una fórmula en la parte derecha

$$\begin{aligned}Y &= a \cdot b + a \cdot c \\ \text{Suma} &= \overline{a} \cdot b + a \cdot \overline{b} \\ F &= a + \overline{a} = 1 \\ F &= a \cdot \overline{a} = 0\end{aligned}$$

- Pueden simplificarse mediante el empleo de los mapas de Karnaugh



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



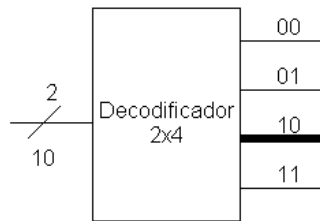
Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Multiplexores y decodificadores

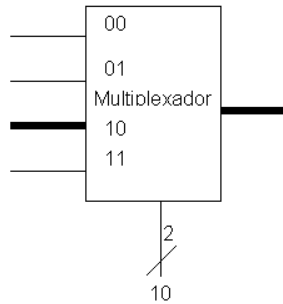
- **Decodificador**

- Consta de una entrada de n bits y 2^n salidas y solamente una estará activa (la que se corresponda con la entrada)



- **Multiplexor**

- Es un circuito selector. Tiene 2^n entradas, una salida y n señales de control para decidir cuál de las entradas va a la salida



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

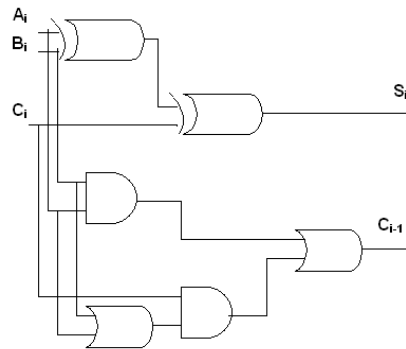
Sumadores

- Sumador elemental de dos bits y acarreo de entrada

A_i	B_i	C_{i-1}	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = A_i B_i + B_i C_{i-1} + A_i C_{i-1}$$



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Biestables y Banco de registros

- Los biestables son los elementos de memoria más sencillos. La salida es el valor del estado almacenado en el interior del elemento
- Son circuitos secuenciales y dependen de un reloj
- El Banco de Registros es una estructura fundamental en el camino de datos
- Un banco de registros es un conjunto de registros que pueden leerse o escribirse indicando el número de registro al que se desea acceder.
- Cada registro puede estar formado por varios biestables
- **Operación de lectura:** indicar el número de registro y obtenemos el valor almacenado
- **Operación de escritura:** indicar el número de registro, el dato a escribir y el reloj para controlar cuando se escribe



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno

Memoria

- Los registros y bancos de registros son bloques pequeños de almacenamiento
- Memoria RAM gran cantidad de memoria
- Tipos
 - SRAM: RAM estática (las más sencillas)
 - DRAM: RAM dinámica
- Características
 - Número de posiciones
 - Capacidad de cada posición
 - Ejemplo: 256K x 8



Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores
Departamento de Automática
Universidad de Alcalá



Tema 3: Operaciones aritméticas y lógicas
Estructura de Computadores

Espacio reservado para notas del alumno