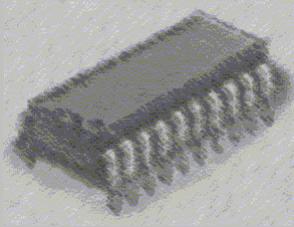


Tema 3. Operaciones aritméticas y lógicas



Estructura de Computadores

I. T. Informática de Gestión / Sistemas

Curso 2008-2009

Tema 3:

Transparencia: 2 / 28

Operaciones aritméticas y lógicas

Índice

- Operaciones lógicas: OR, AND, XOR y NOT
- Operaciones de desplazamiento
- Suma-resta en base dos
- Suma-resta en los diferentes sistemas de representación de coma fija
- Extensión y cambio de signo
- Introducción a los circuitos digitales:
 - Puertas lógicas
 - Funciones y ecuaciones lógicas
 - Multiplexores, decodificadores
 - Sumadores
 - Biestables y Banco de Registros
 - Memoria



Departamento de Automática
Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores

Estructura de Computadores
I. T. I. de Gestión / Sistemas

Operaciones lógicas

- **OR**

a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- **NOT**

a	NOT a
0	1
1	0

- **AND**

a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- **XOR**

a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Operaciones de desplazamiento (I)

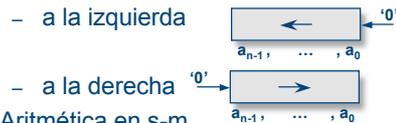
- Desplazamientos lógicos:
 - a la izquierda 
 - a la derecha 
- Desplazamientos circulares:
 - a la izquierda 
 - a la derecha 
- Desplazamientos concatenados:
 - registro-registro
 - registro-biestable de acarreo
 - registro-biestable de signo



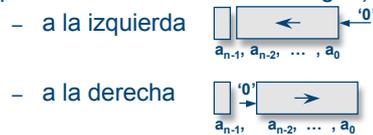
Operaciones de desplazamiento (II)

Desplazamientos aritméticos

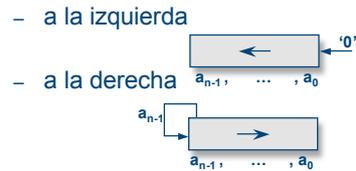
- Aritmética sin signo (Idem a desplazamientos lógicos)



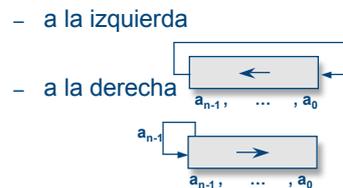
- Aritmética en s-m (Idem a desplazamientos lógicos, pero sin considerar el bit de signo)



- Aritmética en C2



- Aritmética en C1



Suma-resta en coma fija (I) Base dos

Suma

A	B	Resultado A+B	Acarreo
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

```

1 1 1 1 1 1
  1 0 1 1 0 1 1 0
  0 1 1 1 0 0 1 1 +
  -----
1 0 0 1 0 1 0 0 1
    
```

Resta

A	B	Resultado A-B	Acarreo
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

```

  1 0 1 1 0 1 1 0
  0 1 1 1 0 0 1 1 -
  1
  -----
  0 1 0 0 0 0 1 1
    
```

- El computador debe detectar cuándo ocurre desbordamiento (overflow):

- En suma
- En la resta si el resultado es negativo

$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus S/R$$



Suma-resta en coma fija (IV) Complemento a 1 (II)

- En la suma, el desbordamiento (overflow) se produce si
 - $A \geq 0$ y $B \geq 0 \Rightarrow A + B < 0$
 - $A < 0$ y $B < 0 \Rightarrow A + B \geq 0$
$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus c_{n-2}$$
- **Ejemplo: A = 0111 y B = 0101** $\Rightarrow -A = 1000$ y $-B = 1010$
 - $A + B = 0111 + 0101 = 1100 + C_f: 0 = 1100 \Rightarrow$ Desbordamiento
 - $A - B = A + (-B) = 0111 + 1010 = 0001 + C_f: 1 = 0010$
 - $-A + B = 1000 + 0101 = 1101 + C_f: 0 = 1101$
 - $-A - B = (-A) + (-B) = 1000 + 1010 = 0010 + C_f: 1 = 0011 \Rightarrow$ Desbordamiento



Suma-resta en coma fija (V) Complemento a 2 (I)

- Se simplifican las operaciones de suma y resta, se hacen sin tener en cuenta los signos de los operandos y el acarreo final se suma al resultado para corregirlo
- La resta se reduce a sumar el número complementado $A - B = A + Ca_2(B)$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad + \\
 \hline
 \pm \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$



Suma-resta en coma fija (VI)

Complemento a 2 (II)

- En la suma, el desbordamiento (overflow) se produce si:
 - $A \geq 0$ y $B \geq 0 \Leftrightarrow A + B < 0$
 - $A < 0$ y $B < 0 \Leftrightarrow A + B \geq 0$
$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus c_{n-2}$$
- Ejemplo: $A = 0111$ y $B = 0101$** $\Leftrightarrow -A = 1001$ y $-B = 1011$
 - $A + B = 0111 + 0101 = 1100$ y $C_f = 0 \Leftrightarrow$ Desbordamiento
 - $A - B = A + (-B) = 0111 + 1011 = 0010$ y $C_f = 1$
 - $-A + B = 1001 + 0101 = 1110$ y $C_f = 0$
 - $-A - B = (-A) + (-B) = 1001 + 1011 = 0100$ y $C_f = 1 \Leftrightarrow$ Desbordamiento



Suma-resta en coma fija (VII)

Exceso a M

$$\begin{aligned} \text{Exceso}_M(A) &= A + M \\ \text{Exceso}_M(B) &= B + M \\ \text{Exceso}_M(A + B) &= (A + B) + M \\ \text{Exceso}_M(A - B) &= (A - B) + M \end{aligned}$$

Suma

$$\begin{array}{r} \text{Exceso}_M(A) = A + M \\ \text{Exceso}_M(B) = B + M \quad + \\ \hline \text{Exceso}_M(A + B) = (A+B+M)+M \\ \text{Corrección} \quad \quad \quad M \quad - \\ \hline \text{Exceso}_M(A + B) = A + B + M \end{array}$$

Resta

$$\begin{array}{r} \text{Exceso}_M(A) = A + M \\ \text{Exceso}_M(B) = B + M \quad + \\ \hline \text{Exceso}_M(A - B) = (A-B) \\ \text{Corrección} \quad \quad \quad M \quad + \\ \hline \text{Exceso}_M(A - B) = A - B + M \end{array}$$



Suma-resta en coma fija (VIII) BCD (I)

Valores válidos BCD		Valores NO válidos BCD	
0	0000	10	1010
1	0001	11	1011
2	0010	12	1100
3	0011	13	1101
4	0100	14	1110
5	0101	15	1111
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		

Suma

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 6 \\
 1 \quad 5 \quad + \\
 \hline
 3 \quad 1
 \end{array}$$

Carácter no válido BCD
Corrección sumar 6

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad + \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$

B

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\
 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad + \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\
 3 \quad 1
 \end{array}$$


Suma-resta en coma fija (IX) BCD (II)

Valores válidos BCD		Valores NO válidos BCD	
0	0000	10	1010
1	0001	11	1011
2	0010	12	1100
3	0011	13	1101
4	0100	14	1110
5	0101	15	1111
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		

Resta

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 5 \\
 1 \quad 6 \quad - \\
 1 \\
 \hline
 0 \quad 9
 \end{array}$$

Carácter no válido BCD
Corrección restar 6

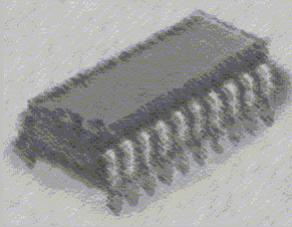
$$\begin{array}{r}
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad - \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad - \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\
 0 \quad 9
 \end{array}$$

F



Tema 3. Operaciones aritméticas y lógicas

Estructura de Computadores



I. T. Informática de Gestión / Sistemas

Curso 2007-2008

Tema 3:

Transparencia: 16 / 28

Operaciones aritméticas y lógicas

Índice

- Operaciones lógicas: OR, AND, XOR y NOT
- Operaciones de desplazamiento
- Suma-resta en base dos
- Suma-resta en los diferentes sistemas de representación de coma fija
- Extensión y cambio de signo
- Introducción a los circuitos digitales:
 - Puertas lógicas
 - Funciones y ecuaciones lógicas
 - Multiplexores, decodificadores
 - Sumadores
 - Biestables y Banco de Registros
 - Memoria



Departamento de Automática
Área de Arquitectura y Tecnología de Computadores

Estructura de Computadores
I. T. I. de Gestión / Sistemas

Operaciones con el signo (II)

Extensión de signo (II)

- Exceso 2^{n-1} :

Quitar exceso 2^7 y sumar el 2^{15}

1	1	1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Operaciones con el signo (III)

Cambio de signo

- Signo-magnitud
 - Invertir el bit de signo
- Complemento a 2
 - Recorrer el número de derecha izquierda hasta encontrar un 1 y a partir de él invertir todos los bits

+27	↓	0	0	0	1	1	0	1	1
-27	↓	1	0	0	1	1	0	1	1

+27	↓	0	0	0	1	1	0	1	1
-27	↓	1	1	1	0	0	1	0	1

- Complemento a 1
 - Invertir todos los bits

+27	↓	0	0	0	1	1	0	1	1
-27	↓	1	1	1	0	0	1	0	0



Introducción a los circuitos digitales (I)

- La electrónica interna de un computador actual es digital
- La electrónica digital trabaja con dos niveles de voltajes de interés: un voltaje alto y un voltaje bajo. El resto de los valores de los voltajes son temporales y ocurren durante la transición entre los valores altos y bajos
- El motivo de que se trabaje en binario es precisamente que se puede abstraer a la electrónica del computador
- Una señal a 1 cierta y una señal a 0 falsa



Introducción a los circuitos digitales (II)

- Existen básicamente dos tipos de bloques lógicos:
 - **Bloques sin memoria, llamados combinacionales.** En ellos las salidas dependen únicamente de las entradas actuales
 - **Bloques con memoria, llamados secuenciales.** En ellos las salidas dependen de las entradas actuales y del estado actual



Introducción a los circuitos digitales (III) Combinacionales (I) Puertas lógicas (I)



a	b	a OR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Se representa como: $a + b$



a	b	a AND b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Se representa como: $a \cdot b$



Introducción a los circuitos digitales (IV) Combinacionales (II) Puertas lógicas (II)



a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Se representa como: $a \oplus b$



a	NOT a
0	1
1	0

- Se representa como: \bar{a}



Introducción a los circuitos digitales (V)

Funciones y ecuaciones lógicas

- Las funciones lógicas se pueden expresar mediante ecuaciones lógicas
- Cualquier conjunto de ecuaciones lógicas puede escribirse como una serie de ecuaciones con una salida en la parte izquierda de cada ecuación y una fórmula en la parte derecha
- $Y = a \cdot b + a \cdot c$
- Suma $= \overline{a} \cdot b + a \cdot \overline{b}$
- $F = a + \overline{a} = 1$
- $F = a \cdot \overline{a} = 0$
- Pueden simplificarse mediante el empleo de los mapas de Karnaugh

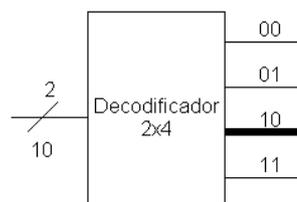


Introducción a los circuitos digitales (VI)

Multiplexores y decodificadores (combin. (III))

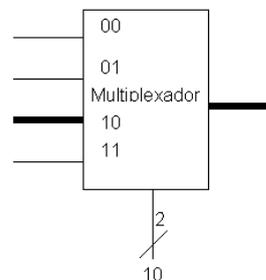
Decodificador

- Consta de una entrada de n bits y 2^n salidas y solamente una estará activa (la que se corresponda con la entrada)



Multiplexor

- Es un circuito selector. Tiene 2^n entradas, una salida y n señales de control para decidir cuál de las entradas va a la salida



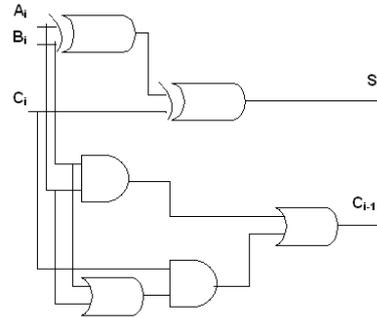
Introducción a los circuitos digitales (VII) Circuitos combinacionales (IV) Sumadores

- Sumador elemental de dos bits y acarreo de entrada

A_i	B_i	C_{i-1}	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = A_i B_i + B_i C_{i-1} + A_i C_{i-1}$$



Introducción a los circuitos digitales (VIII) Biestables y Banco de registros (secuenciales)

- Los biestables son los elementos de memoria más sencillos. La salida es el valor del estado almacenado en el interior del elemento
- Son circuitos secuenciales y dependen de un reloj
- El Banco de Registros es una estructura fundamental en el camino de datos
- Un banco de registros es un conjunto de registros que pueden leerse o escribirse indicando el número de registro al que se desea acceder
- Cada registro puede estar formado por varios biestables
- Operación de lectura:** indicar el número de registro y obtenemos el valor almacenado
- Operación de escritura:** indicar el número de registro, el dato a escribir y el reloj para controlar cuando se escribe



Introducción a los circuitos digitales (IX) Circuitos secuenciales (II) Memorias

- Los registros y bancos de registros son bloques pequeños de almacenamiento
- Memoria RAM gran cantidad de memoria

Tipos

- SRAM: RAM estática (las más sencillas)
- DRAM: RAM dinámica

Características

- Número de posiciones
- Capacidad de cada posición
- Ejemplo: 256K x 8



Bibliografía

- Fundamentos de los Computadores. (Capítulo 2)
Pedro de Miguel Anasagasti
Ed. Paraninfo
- Arquitectura de Computadores (Anexo A)
J. Antonio de Frutos, Rafael Rico
Ed. Universidad de Alcalá
- Arquitectura, programación y diseño de sistemas basados en microprocesadores (8086/80186/80286). (Capítulo 1)
Yu-Cheng Lu, Glen A. Gibson
Ed. Anaya Multimedia 86

