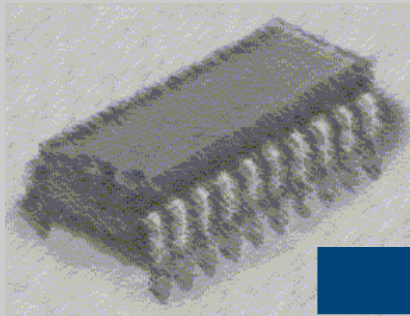


*Soluciones a los
problemas impares*

Tema 3. Operaciones aritméticas y lógicas

***Estructura de
Computadores***



I. T. Informática de Gestión / Sistemas

Curso 2008-2009

Base teórica

La unidad aritmético-lógica del computador es uno de los elementos más importantes del procesador. En ella se realizan las operaciones aritméticas y lógicas que harán que el computador lleve a cabo las diferentes tipos de instrucciones.

Operaciones lógicas

Las operaciones lógicas básicas realizan las funciones and, or, xor y not cuyas tablas de verdad se muestran en las tablas siguientes

A	B	A and B	A or B	A xor B
0	0	0	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	0

Tabla1: funciones lógicas and, or y xor.

A	NOT A
0	1
1	0

Tablas 2: función lógica NOT.

Realizan las funciones a nivel de bit, por lo que si tenemos un número hexadecimal, se realizarán sobre su número binario correspondiente.

1.- Operaciones de desplazamiento y rotaciones

Las operaciones de desplazamiento, se corresponden básicamente, con multiplicaciones y divisiones enteras por dos. No obstante existen diferentes tipos de desplazamientos según consideremos números signados (desplazamientos aritméticos) o sin signo (desplazamientos lógicos)

Vamos a considerar únicamente los sistemas de representación de binario puro, complemento a 1 y complemento a 2 para explicar los desplazamientos.

Desplazamientos lógicos.

Sea cual sea el sistema de representación empleado, y sea cual sea la dirección del desplazamiento, se introducen ceros para desplazar el número.

Desplazamiento aritméticos.

Desplazamientos aritméticos a la derecha

Si estamos trabajando con números en binario puro, se introducirán ceros por la izquierda.

Si estamos con números en complemento a 1 o en complemento a 2, se replica el bit de signo.

Desplazamientos aritméticos a la izquierda

Si se trabaja con binario puro o complemento a dos, se introducen ceros por la derecha.

Si se trabaja en complemento a uno, se introduce por la derecha el bit de signo.

Rotaciones simples y rotaciones concatenadas.

Rotaciones simples

Las rotaciones, sean a la derecha o a la izquierda, suponen que el bit que sale por un extremo es el que se introduce por el otro.

Rotaciones concatenadas

El caso más habitual es rotar concatenadamente con el bit de acarreo. El bit que sale por un extremo pasa a ocupar la posición del acarreo, y éste pasa a introducirse por el otro extremo

!!!IMPORTANTE!!! En todos los casos, siempre que desplazemos, o rotemos, el bit de acarreo toma el valor del último bit desplazado, salvo, lógicamente, en el caso de rotar a través del acarreo.

2.- Operaciones aritméticas

Las operaciones aritméticas más empleadas son la suma y la resta,

Suma resta en binario

Las funciones lógicas, se muestran en las tablas siguientes. En dichas tablas se puede observar que la suma y la resta tienen la misma función lógica (xor) solamente se diferencian en los acarreos.

A	B	Resultado A+B	Acarreo
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Tabla 3: función lógica de la suma

A	B	Resultado A-B	Acarreo
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

Tabla 4: función lógica de la resta

Dependiendo del sistema de representación, las condiciones de desbordamiento cambian.

En binario puro o en signo-magnitud es:

$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus S/R$$

En complemento a dos o complemento a uno es:

$$\text{Desbordamiento} = c_{n-1} \oplus c_{n-2}$$

Finalmente, dependiendo del sistema de representación, se deben hacer algunos ajustes sobre los acarreos o sobre los resultados.

En complemento a 1.

Si se produce un acarreo de salida, se debe sumar al resultado para obtener el resultado correcto.

En complemento a 2.

Si se produce un acarreo de salida, se debe despreciar para obtener el resultado correcto.

En exceso M.

Al sumar dos números en exceso M, se debe restar el exceso una vez, para obtener el valor correcto.

Al restar dos números en exceso M, se debe sumar el exceso una vez, para obtener el resultado correcto.

En BCD.

Si el valor de una suma o de una resta no es uno de los dígitos BCD válidos, se deberá sumar 6 o restar 6 respectivamente, para obtener el resultado correcto.

Suma en hexadecimal

La suma de valores hexadecimales sigue la tabla siguiente en la que los números resaltados en negrita implican que se produce un acarreo.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8
A	A	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	B	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A
C	C	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B
D	D	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C
E	E	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D
F	F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E

Los valores **implican que me llevo 1 de acarreo**

Tabla 5: suma de valores hexadecimales.

Operaciones sobre el signo

Extensión de signo

Cuando se pasa un número que tiene para su representación n bits a otro con m bits, siendo $m > n$ surge el problema de con que valores hay que rellenar los bits que sobran. De eso se ocupa la extensión de signo.

Como siempre, dependerá del sistema de representación que estemos empleando.

En el caso de binario puro los bits sobrantes a la izquierda se rellenan con ceros.

En signo-magnitud se copia el bit de signo en el bit más significativo del nuevo formato. La magnitud en los bits de menor peso y el resto se rellenan con ceros.

En complemento a uno o complemento a dos, se copia tal cual el número y los bits sobrantes se rellenan con el bit de signo.

Finalmente, en exceso, se quita el exceso antiguo y se suma el nuevo..

Cambio de signo

En el caso de binario puro no se puede hacer ya que son números sin signo.

En signo-magnitud se invierte el bit de signo.

En complemento a uno y complemento a dos se realizan las operaciones de complementar a uno o a dos respectivamente.

Introducción a los circuitos digitales

La electrónica interna de un computador actual es digital. La electrónica digital trabaja con dos niveles de voltajes de interés: un voltaje alto y un voltaje bajo. El resto de los valores de los voltajes son temporales y ocurren durante la transición entre los valores altos y bajos.

El motivo de que se trabaje en binario es precisamente que se puede abstraer a la electrónica del computador. Una señal a 1 cierta y una señal a 0 falsa.

Existen dos tipos de circuitos digitales, los combinacionales y los secuenciales. En los combinacionales las salidas dependen únicamente de las entradas actuales. En los secuenciales las salidas dependen de las entradas actuales y del estado actual, es decir, tienen memoria.

Algunos circuitos combinacionales son:

- Puertas lógicas: and, or, xor y not.
- Decodificadores: constan de una entrada de n bits y 2^n salidas y solamente una estará activa (la que se corresponda con la entrada)
- Multiplexores: son unos circuitos selectores. Tiene 2^n entradas, una salida y n señales de control para decidir cuál de las entradas va a la salida

- Sumadores elementales, con propagación de acarreo, con salto de acarreo o con selección de acarreo.

Algunos circuitos secuenciales son:

- Biestables: son los elementos de memoria más sencillos. La salida es el valor del estado almacenado en el interior del elemento.
- Registros: son elementos de almacenamiento de varios bits. Pueden estar formados por varios biestables.
- Banco de registros: es un conjunto de registros que pueden leerse o escribirse indicando el número de registro al que se desea acceder.
- Memoria: espacio de almacenamiento en el que los accesos de lectura o de escritura se realizan en posiciones conocidas.

1. Sean los números representados en C1 siguientes. $A = 0100\ 0110$ y $B = 1111\ 1000$.

Se pide:

- Calcular $A + B$
 - Calcular $A - B$
 - Calcular $B - A$
 - ¿Se produce desbordamiento en algún caso?
-
-

2. Sean los números representados en C1 siguientes. $A = 1100\ 10010$ y $B = 1111\ 1111$.

Se pide:

- Calcular $A + B$
 - Calcular $A - B$
 - Calcular $B - A$
 - ¿Se produce desbordamiento en algún caso?
-
-

3. Sean los números representados en C2 siguientes. $A = 0100\ 0110$ y $B = 1111\ 1000$.

Se pide:

- Calcular $A + B$
 - Calcular $A - B$
 - Calcular $B - A$
 - ¿Se produce desbordamiento en algún caso?
-
-

4. Sean los números representados en C2 siguientes. $A = 1100\ 10010$ y $B = 1111\ 1111$.

Se pide:

- a) Calcular $A + B$
- b) Calcular $A - B$
- c) Calcular $B - A$
- d) ¿Se produce desbordamiento en algún caso?

-
-
5. Sea el número $A = 0110\ 0110$ en binario puro.

Se pide:

- a) Realizar un desplazamiento aritmético a la derecha de una posición
- b) Realizar un desplazamiento aritmético a la izquierda de una posición
- c) Realizar un desplazamiento lógico a la derecha de una posición
- d) Realizar un desplazamiento lógico a la izquierda de una posición

-
-
6. Sea el número $A = 1001\ 1001$ en binario puro.

Se pide:

- a) Realizar un desplazamiento aritmético a la derecha de una posición
 - b) Realizar un desplazamiento aritmético a la izquierda de una posición
 - c) Realizar un desplazamiento lógico a la derecha de una posición
 - d) Realizar un desplazamiento lógico a la izquierda de una posición
-
-

7. Sea el número $A = CBBEh$ en binario puro.

Se pide:

- a) Realizar un desplazamiento aritmético a la derecha de una posición
 - b) Realizar un desplazamiento aritmético a la izquierda de una posición
 - c) Realizar un desplazamiento lógico a la derecha de una posición
 - d) Realizar un desplazamiento lógico a la izquierda de una posición
-
-

8. Sea el número $A = CEDEh$ en binario puro.

Se pide:

- a) Realizar un desplazamiento aritmético a la derecha de una posición
 - b) Realizar un desplazamiento aritmético a la izquierda de una posición
 - c) Realizar un desplazamiento lógico a la derecha de una posición
 - d) Realizar un desplazamiento lógico a la izquierda de una posición
-
-

9. Sea el número $FABADAh$ suponiendo que está en C2.

Se pide:

- a) Realizar un desplazamiento lógico a la derecha de 3 posiciones
 - b) Realizar un desplazamiento aritmético a la derecha de 3 posiciones
 - c) Realizar una rotación a la derecha de 5 posiciones
 - d) Realizar una rotación a la izquierda de 5 posiciones
-
-

10. Sea el número CAFEh suponiendo que está en C2.

Se pide:

- a) Realizar un desplazamiento lógico a la derecha de 3 posiciones
 - b) Realizar un desplazamiento aritmético a la derecha de 3 posiciones
 - c) Realizar una rotación a la derecha de 5 posiciones
 - d) Realizar una rotación a la izquierda de 5 posiciones
-
-

11. Sea el número A de 8 bits $A = 1000\ 0110$. Se pide realizar la extensión de signo a 16 bits suponiendo que:

- a) El número está representado en binario puro
 - b) El número está representado en signo-magnitud
 - c) El número está representado en C1
 - d) El número está representado en C2
 - e) El número está representado en Exceso 2^{n-1}
-
-

12. Sea el número A de 8 bits $A = 1010\ 1010$. Se pide realizar la extensión de signo a 16 bits suponiendo que:

- a) El número está representado en binario puro
 - b) El número está representado en signo-magnitud
 - c) El número está representado en C1
 - d) El número está representado en C2
 - e) El número está representado en Exceso 2^{n-1}
-
-

13. Sea el número A de 8 bits $A = 0000\ 0110$. Se pide realizar la extensión de signo a 16 bits suponiendo que:

- a) El número está representado en binario puro
 - b) El número está representado en signo-magnitud
 - c) El número está representado en C1
 - d) El número está representado en C2
 - e) El número está representado en Exceso 2^{n-1}
-
-

14. Sea el número A de 8 bits $A = 0110\ 0110$. Se pide realizar la extensión de signo a 16 bits suponiendo que:

- a) El número está representado en binario puro
 - b) El número está representado en signo-magnitud
 - c) El número está representado en C1
 - d) El número está representado en C2
 - e) El número está representado en Exceso 2^{n-1}
-
-

15. Sea $A = 0110\ 1001$. Se pide cambiar de signo el número suponiendo que:

- a) El número está representado en binario puro
 - b) El número está representado en signo-magnitud
 - c) El número está representado en C1
 - d) El número está representado en C2
 - e) El número está representado en Exceso 2^{n-1}
-
-

16. Sea $A = 1010\ 1010$. Se pide cambiar de signo el número suponiendo que:

- a) El número está representado en binario puro
 - b) El número está representado en signo-magnitud
 - c) El número está representado en C1
 - d) El número está representado en C2
 - e) El número está representado en Exceso 2^{n-1}
-
-

17. Sea $A = 1000\ 1010$. Se pide cambiar de signo el número suponiendo que:

- a) El número está representado en binario puro
 - b) El número está representado en signo-magnitud
 - c) El número está representado en C1
 - d) El número está representado en C2
 - e) El número está representado en Exceso 2^{n-1}
-
-

18. Sea $A = 1001\ 1000$. Se pide cambiar de signo el número suponiendo que:

- a) El número está representado en binario puro
 - b) El número está representado en signo-magnitud
 - c) El número está representado en C1
 - d) El número está representado en C2
 - e) El número está representado en Exceso 2^{n-1}
-
-

19. Sean $A = 1AF7h$ y $B = FA59h$. Se pide realizar la suma de $A + B$

20. Sean $A = DEBEh$ y $B = FABEh$. Se pide realizar la suma de $A + B$

21. Sean $A = 0011\ 0110$ y $B = 1110\ 0111$. Se pide:

- a) Realizar la operación A or B
- b) Realizar la operación A and B
- c) Realizar la operación A xor B
- d) Realizar la operación NOT A
- e) Realizar la operación NOT B

22. Sean $A = 1111\ 0110$ y $B = 1111\ 1111$. Se pide:

- a) Realizar la operación A or B
- b) Realizar la operación A and B
- c) Realizar la operación A xor B
- d) Realizar la operación NOT A
- e) Realizar la operación NOT B

23. Sean $A = DEBEh$ y $B = CEBEh$. Se pide:

- a) Realizar la operación A or B
- b) Realizar la operación A and B
- c) Realizar la operación A xor B
- d) Realizar la operación NOT A
- e) Realizar la operación NOT B

24. Sean $A = ABCDh$ y $B = FEDCh$. Se pide:

- a) Realizar la operación A or B
 - b) Realizar la operación A and B
 - c) Realizar la operación A xor B
 - d) Realizar la operación NOT A
 - e) Realizar la operación NOT B
-
-

25. Sean $A = 1AB7h$ y $B = B697h$. Se pide:

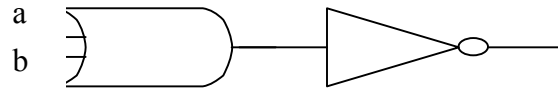
- a) Realizar la operación A or B
 - b) Realizar la operación A and B
 - c) Realizar la operación A xor B
 - d) Realizar la operación NOT A
 - e) Realizar la operación NOT B
-
-

26. Sean $A = 1234h$ y $B = ABCDh$. Se pide:

- a) Realizar la operación A or B
 - b) Realizar la operación A and B
 - c) Realizar la operación A xor B
 - d) Realizar la operación NOT A
 - e) Realizar la operación NOT B
-
-

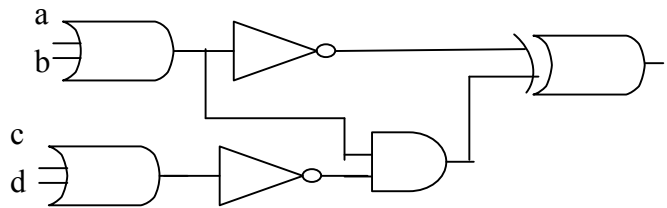
27. A partir de un sumador elemental de 2 bits construye un sumador que sume dos números de dos bits cada uno y con acarreo inicial

28. ¿Qué hace el siguiente circuito?



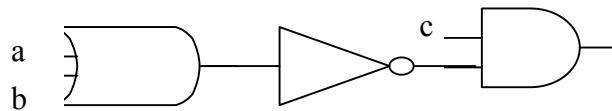
=====

29. ¿Qué hace el siguiente circuito?



=====

30. ¿Qué hace el siguiente circuito?



=====

31. Dada la función lógica $F = A \cdot B + C \cdot \text{NO}(A)$, represente el circuito asociado

=====

Apartado b)

$-B=C2(B)= 0000\ 1000$

$$\begin{array}{rcccccccc} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & + \\ \hline & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Apartado c)

$-A=C1(A)= 1011\ 1010$

$$\begin{array}{rcccccccc} & 1 & & 1 & 1 & 1 & & 1 & & \\ & & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & + \\ \hline & 4 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Apartado d)

En ningún caso

Solución ejercicio 5

	$A =$	0	1	1	0	0	1	1	0
Apartado a)		0	0	1	1	0	0	1	1
Apartado b)		1	1	0	0	1	1	0	0
Apartado c)		0	0	1	1	0	0	1	1
Apartado d)		1	1	0	0	1	1	0	0

Solución ejercicio 7

	$A =$		C		B		B		E						
		1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
Apartado a)		0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
Apartado b)		1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
Apartado c)		0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
Apartado d)		1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

Solución ejercicio 9

A=	F	A	B	A	D	A
	1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0					
a)	0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1					
b)	1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1					
c)	1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0					
d)	0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1					

Solución ejercicio 11

A=		1 0 0 0 0 1 1 0
a)	0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 0	
b)	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0	
c)	1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 0	
d)	1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 0	
e)	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0	

Solución ejercicio 13

A=		0 0 0 0 0 1 1 0
a)	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0	
b)	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0	
c)	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0	
d)	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0	
e)	0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 0	

Solución ejercicio 15

A=	0 1 1 0 1 0 0 1
Apartado a)	No se puede
Apartado b)	1 1 1 0 1 0 0 1
Apartado c)	1 0 0 1 0 1 1 0
Apartado d)	1 0 0 1 0 1 1 1
Apartado e)	1 0 0 1 0 1 1 1

Solución ejercicio 17

A=	1	0	0	0	1	0	1	0
Apartado a)	No se puede							
Apartado b)	0	0	0	0	1	0	1	0
Apartado c)	0	1	1	1	0	1	0	1
Apartado d)	0	1	1	1	0	1	1	0
Apartado e)	0	1	1	1	0	1	1	0

Solución ejercicio 19

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 \quad 1 \quad A \quad F \quad 7 \\
 \quad F \quad A \quad 5 \quad 9 \quad + \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 5 \quad 5 \quad 0
 \end{array}$$

Solución ejercicio 21**Apartado a)**

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad Or \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$

Apartado b)

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad And \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0
 \end{array}$$

Apartado c)

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad Xor \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

Apartado d)

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad A \\
 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad NotA
 \end{array}$$

Apartado e)

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad B \\
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad NotB
 \end{array}$$

Solución ejercicio 23**Apartado a)**

$$\begin{array}{cccc} D & E & B & E \\ C & E & B & E & \text{Or} \\ \hline D & E & B & E \end{array}$$

Apartado b)

$$\begin{array}{cccc} D & E & B & E \\ C & E & B & E & \text{And} \\ \hline C & E & B & E \end{array}$$

Apartado c)

$$\begin{array}{cccc} D & E & B & E \\ C & E & B & E & \text{Xor} \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Apartado d)

$$\begin{array}{ccccc} D & E & B & E & A \\ 2 & 1 & 4 & 1 & \text{NotA} \end{array}$$

Apartado d)

$$\begin{array}{ccccc} C & E & B & E & B \\ 3 & 1 & 4 & 1 & \text{NotB} \end{array}$$

Solución ejercicio 25**Apartado a)**

$$\begin{array}{cccc} 1 & A & B & 7 \\ B & 6 & 9 & 7 & \text{Or} \\ \hline B & E & B & 7 \end{array}$$

Apartado b)

$$\begin{array}{cccc} 1 & A & B & 7 \\ B & 6 & 9 & 7 & \text{And} \\ \hline 1 & 2 & 9 & 7 \end{array}$$

Apartado c)

$$\begin{array}{cccc} 1 & A & B & 7 \\ B & 6 & 9 & 7 & \text{Xor} \\ \hline A & C & 2 & 0 \end{array}$$

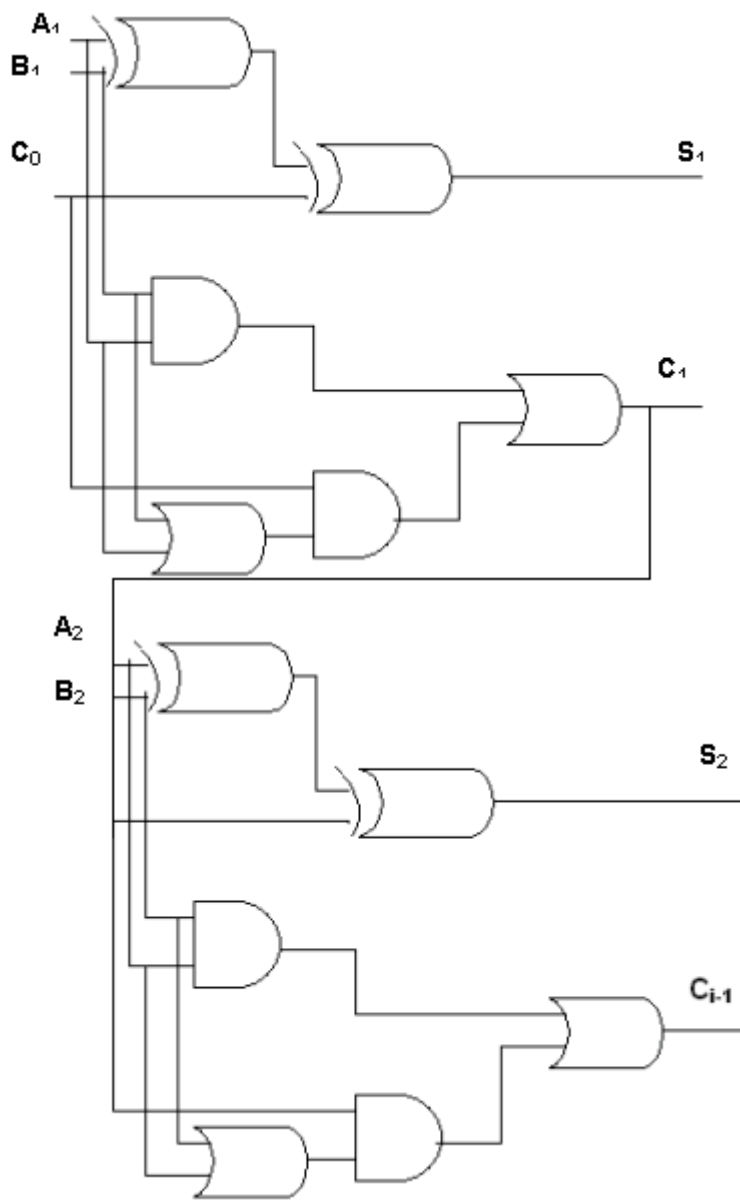
Apartado d)

1	A	B	7	A
E	5	4	8	NotA

Apartado e)

B	6	9	7	B
4	9	6	8	NotB

Solución ejercicio 27



Solución ejercicio 29

$$F = \overline{a + b} \oplus ((a + b) \cdot \overline{(c + d)})$$

Solución ejercicio 31